Klasa 8 - 1.12 (wtorek)

Godzina:

Dzisiaj spotkanie *online* na Teams
(+whiteboard.fi)

11:50

O czym będzie? *Straszliwie* ważne trzy nowe wzory (a może nawet i cztery!)

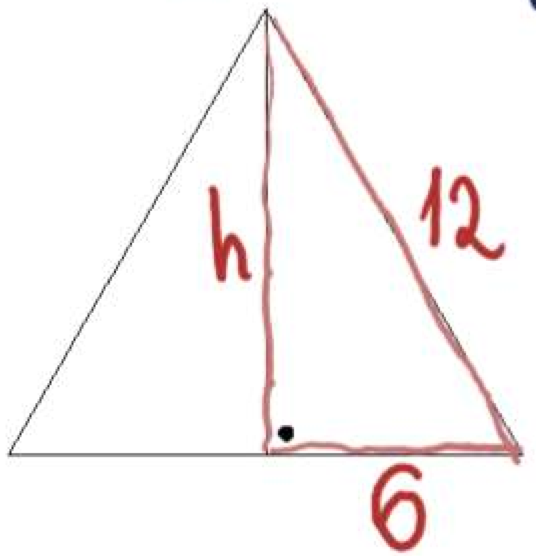
Zadanie domowe (kliknij)
(dostępne od 13:00)

Notatki z lekcji

Notatki z lekcji

Oto sytuacja, którą już rozwiązywaliście:

Mamy trójkąt równoboczny o boku 12cm i chcemy obliczyć wysokość:



$$6^2 + h^2 = 12^2$$
$$36 + h^2 = 144$$
$$h^2 = 144 - 36$$
$$h^2 = 108$$
$$h = \sqrt{108}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \cdot\, 12 \\ \hline 24 \\ +12 \\ \hline 144 \end{array}$$

ale: $\sqrt{108} = \sqrt{4 \cdot 27} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{27} = 2\sqrt{27}$

ale: $2\sqrt{27} = 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

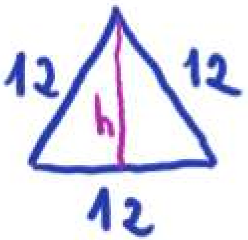
Odp.: $h = 6\sqrt{3}$

Otóż jest „GOTOWY" wzór
na wysokość trójkąta <u>równobocznego</u>:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

a - bok trójkąta (równobocznego)

Jak „to działa"?

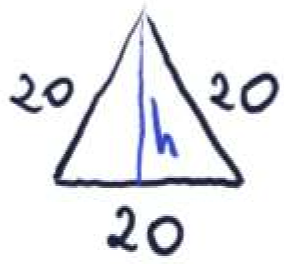


$$h = \frac{\overset{6}{\cancel{12}}\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$h = 6\sqrt{3}$$

(zobacz poprzednią kartkę i porównaj!)

P

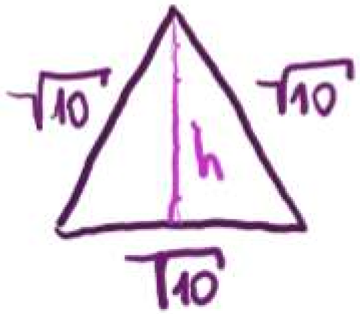


$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h=\frac{\overset{10}{\cancel{20}}\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$\underline{h=10\sqrt{3}}$$

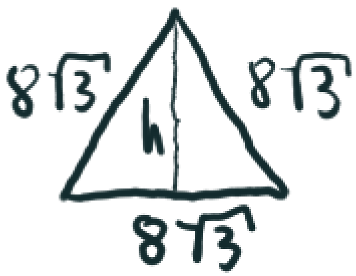
P



$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h=\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{10\cdot3}}{2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$$

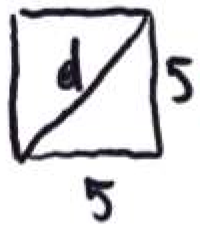
P



$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

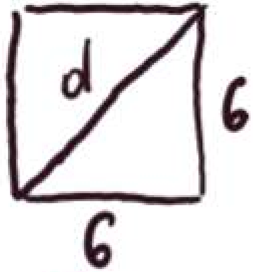
$$h=\frac{\overset{4}{\cancel{8}}\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{2}}=4\cdot\sqrt{3\cdot3}=4\sqrt{9}=4\cdot3=12$$

Zobaczcie obliczenie długości przekątnej kwadratu dla dwóch różnych kwadratów:



$$5^2+5^2=d^2$$
$$25+25=d^2$$
$$50=d^2$$
$$d^2=50$$
$$d=\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

widzisz to!



$$6^2+6^2=d^2$$
$$36+36=d^2$$
$$72=d^2$$
$$d^2=72$$
$$d=\sqrt{72}=$$
$$=\sqrt{36\cdot 2}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

„Gotowy wzór na d kwadratu:

$$d=a\sqrt{2}$$

a - bok kwadratu

Przykłady obliczania długości przekątnej kwadratu o boku a:

P $a = 10$ $d = 10\sqrt{2}$

P $a = \sqrt{7}$ $d = \sqrt{7} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{7 \cdot 2} = \sqrt{14}$

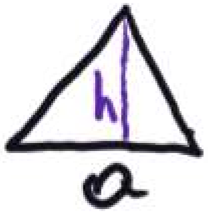
P $a = \sqrt{8}$ $d = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$

P $a = 7\sqrt{2}$ $d = 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2 \cdot 2} = 7\sqrt{4} = 7 \cdot 2 = 14$

P $a = 3\sqrt{20}$ $d = 3\sqrt{20} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{40} = 3\sqrt{4 \cdot 10} = 3\sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{10} =$

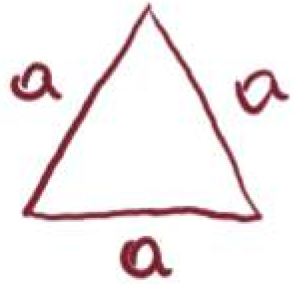
$= 6\sqrt{10}$

Pole każdego trójkąta możemy obliczyć tak:



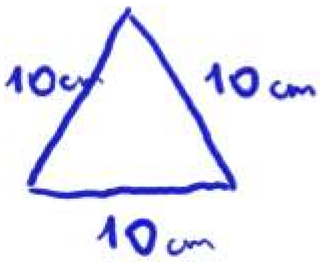
$$P = \frac{ah}{2}$$

Ale trójkąt <u>równoboczny</u> ma „dodatkowo" swój wzór:



$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

P

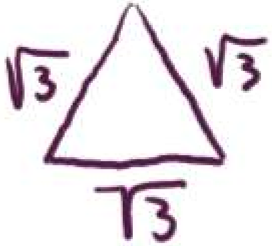


$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P = \frac{10^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\overset{25}{\cancel{100}}\sqrt{3}}{\cancel{4}} = 25\sqrt{3}\ cm^2$$

Przykłady obliczania pola powierzchni trójkąta równobocznego podanym wcześniej wzorem:

P



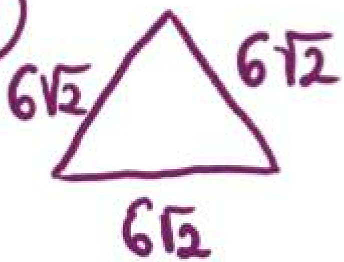
$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P=\frac{\sqrt{3}^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

P

$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{8}^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\overset{2}{\cancel{8}}\sqrt{3}}{\cancel{4}}=2\sqrt{3}$$

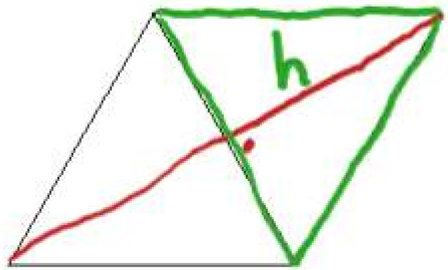
P



$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{(6\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\overset{9}{\cancel{36}}\cdot 2\sqrt{3}}{\cancel{4}}=18\sqrt{3}$$

Przykład zadania wykorzystującego poznane wzory:

Złączono bokami dwa trójkąty równoboczne, każdy o boku długości 10 cm.
Oblicz długość dłuższej przekątnej powstałego rombu



Na rysunku dłuższa przekątna (kolor czerwony)

Połowa dłuższej przekątnej to wysokość jednego z trójkątów równobocznych (kolor zielony)

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\cancel{10}\sqrt{3}}{\cancel{2}}=5\sqrt{3}$$

Dłuższa przekątna to dwie takie wysokości:

$$d_2=2h \qquad d_2=2\cdot 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\text{ cm}$$